В редакцию журнала "Теоретическая и математическая физика"

Здравствуйте, уважаемая Редакция!

Предоставляю на Ваш суд статью "Главное уравнение Общей Теории Поля". Надеюсь на понимание. Представленная в статье математика точно выверена. Возможны лишь опечатки, которых я постарался избежать. Уравнение, выведенное в статье, в двух частных случаях приводит к уравнениям свободного электромагнитного поля и уравнениям Релятивистской Теории Гравитации. О том, является ли оно в общем случае уравнением гравитационно-электромагнитного поля, судить Вам и читателям журнала (если Вы сочтете возможным опубликование). Я считаю, что да - является.

С уважением, Макарченко Иван Павлович.

22 марта 2002г.

Для экстренной связи e-mail: ivan_mak@petersplus.ru ivan_mak@mail.ru

Главное уравнение Общей Теории Поля

Макарченко Иван Павлович

22 марта 2002 г.

Аннотация

Макарченко И.П. Главное уравнение Общей Теории Поля. Санкт Петербург 2002. *Представлен вывод Главного уравнения Общей Теории Поля и его частные случаи, приводящие к свободному электромагнитному полю и уравнениям Релятивистской Теории Гравитации.*

Физика и математика связаны. Это означает, что существует связь между реальным физическим и идеальным математическим пространствами.

Я попробую установить эту связь, начну с простого одномерного случая действительного пространства.

Итак, имеем идеальное математическое пространство — прямую с координатой X. Это чисто математическое понятие, у которого нет никакой связи с физическим одномерным пространством. Пока нет, потому что эта связь не построена.

Теперь строим связь. Вводим соответствие между математической прямой и физической. На физической прямой есть «физическая координата» C — это не число, а объект из множества точек прямой. Объект, который мы можем как-то пометить и отличать таким образом разные объекты. Что бы в физическом пространстве можно было хоть как-то пользоваться математикой, связь должна быть «хорошей». Надо сопоставить C и X таким образом, чтобы точки физической прямой отображались на математическую, как минимум, непрерывным образом.

Как это сделать? Выберем на прямой точку C_0 и будем удаляться от этой точки в две стороны, помечая следующие точки, скажем, натуральными числами, откладывая длину с помощью некой «линейки» (о ней ниже). Равномерность пометки, в данный момент, не важна. Важно только чтобы пометка была хорошей, т.е. чтобы не получилось заскакивание «ноги за ногу», точки, отмеченные числами должны следовать строго друг за другом. Проделав эту процедуру для натуральных координат получим набор точек C_i. Продолжим процедуру, что бы получить точки, соответствующие действительным числам. Разбивая единичные отрезки произвольным образом на приближенно одинаковые доли, следующие одна за другой, получим точки C_X, однозначно соответствующие числам идеальной математической прямой.

Будем считать, что такое сопоставление *возможно*, и мы его неким образом построили. То есть, можно отобразить X в C и наоборот непрерывным образом. Попробуем ввести физическое расстояние. Пока мы не знаем даже, что это такое, знаем только, что оно имеет некое свойство, называемое «протяженностью». Мы можем «двигаться» вдоль прямой, но не известно каково расстояние мы прошли, пока у нас нет той самой «линейки».

И вот тут возникает одна загвоздка. Если смотреть на прямую снаружи, то линейку, можно взять «извне» и «приложить». Если же смотреть «изнутри» прямой, т.е. брать линейку из «того же теста», что и прямая, возникает... маленький казус.

Если в качестве линейки взять кусок физической прямой, ее длину мы, все равно, не знаем. Мы ее принимаем за единицу, но совершенно не понятно, какова она абсолютно. Мы не знаем, не окажется ли так, что переместив кусок прямой в другое место мы не нарушим что либо в самой прямой (скорее всего, нарушим). Неизвестно, и как длина этой линейки изменится по абсолютной величине после перемещения.

Для начала, будем считать, что перемещение линейки по прямой не меняет ее структуры (ситуация примерно та же, как с пробными частицами в измерениях гравитационного и электромагнитного полей, пробные частицы обладают полем, но считается, что они не вносят в поле существенных искажений).

А учет изменений длины линейки, сделаем проще. Введем функцию $P(X)$, которую назовем *плотностью пространства*, и которая будет представлять абсолютную длину единичного элемента линейки при перемещении его вдоль прямой.

Непрерывность и однозначность отображения X в C будет означать, что существует некая числовая функция $R(X)$, отвечающая за абсолютную длину, имеющая и обратную функцию $X(R)$ во всей области определения.

При этом, функция $P(X)$, очевидно, определяется однозначно, как $\partial R/\partial X$...

Находясь «внутри» прямой мы плотность $P(X)$ просто не увидим. Она окажется скрытой. И, как бы линейку не таскать взад-вперед, $P(X)$ не проявит себя. Нам будет казаться, что отмеренные линейкой числа и будут идеальной прямой, и, в каком-то смысле, мы будем правы, но это будет *не физическая* прямая. О том, что происходит с линейкой «по дороге», мы не имеем представления. Она для нас есть эталон.

На этом с одномерным случаем я закончу и перейду к многомерному (в частности 4х-мерному).

В случае, когда мы имеем несколько измерений, возникает немного иная ситуация по сравнению с прямой. Уже в случае двух измерений линейку можно поворачивать, т.е. сопоставлять длины вдоль разных осей. В одномерном случае, ось всегда была одна!

Проведем примерно ту же процедуру с «линейками» (для n-мерного пространства). А именно, будем разбивать пространство $n-1$ мерными непересекающимися «плоскостями», получая таким образом математические координаты для физических точек.

А далее просто считаем, что реальное расстояния между соседними $n-1$ мерными сечениями есть некая функция координат (хорошая непрерывная функция).

Аналогично и для других координат пространства. Вводятся непересекающиеся $n-1$ мерные сечения, которым приписываются последовательные «номера» — координаты математического пространства. Не пересекаются сечения соответствующие одной координате. Сечения, соответствующие разным координатам пересекаются в множествах $n-2$ мерных сечений пространства.

В общем случае, от построения сечений зависит структура координат математического пространства. Ее можно выбирать почти произвольно, но в нашем конкретном случае, будем считать, что математическое пространство — декартово и *подобное построение в физическом пространстве возможно*. Во всяком случае, оно точно возможно в Солнечной Системе, с большой вероятностью возможно в Галактике и, будем считать, что возможно во всей Вселенной.

Для дальнейший построений декартовость математической системы координат используется для простоты. Обобщение на более сложные системы принципиально остается возможным.

Рассмотрим теперь конкретную процедуру с «линейкой», которую мы решили провести в пространстве в качестве физического опыта.

Если мы будем пользоваться в каждом измерении своей линейкой, то вдоль каждого направления ситуация будет похожей, как и для прямой. И мы как бы не можем «учуять» плотность пространства.

Но! Представим ситуацию, что вдоль некого измерения абсолютная длина не меняется, а вдоль другого меняется. Перенесем линейку из одной части пространства в другую иным способом, а именно «повернуто». Скажем, берем линейку расположенную вдоль оси R_1 и несем ее вдоль оси R_2, а там поворачиваем и меряем.

Ситуация другая. И в такой ситуации мы можем обнаружить изменения линейки вдоль R_2, соизмеряя ее с линейкой вдоль R_1 (замечу, что мы сможем заметить только относительные изменения). И потому, $P(X)$ в n-мерном пространстве уже способна проявить себя как некая «воздействующая» функция.

Ее можно, по прежнему, записать, как $P(X) = \partial R/\partial X$, где ∂R и ∂X векторные величины, а $P(X)$, соответственно тензорная, второго ранга. И, напомню, что $P(X)$ — по определению — есть *плотность физического пространства*.

В соответствии с определением $P(X)$:

$$P(X) = P^i{}_k = \partial R^i / \partial X^k \tag{1}$$

P(X), очевидно, представляет собой якобиеву матрицу перехода из математического пространства X в физическое пространство R.

Определим метрический тензор G через квадрат растояния:

$$dR^2 = (P(X)dX)^T \cdot P(X)dX = dX^T P(X)^T P(X)dX = dX^T G(X)dX \tag{2}$$

Индекс ^{T} означает транспонирование.

Разбивая разность $P(X) - E$ (E — единичная метрическая матрица пространства Минковского) на симметричную и антисимметричную части (P_S и P_A), находим метрический тензор G:

$$G = E + 2P_S + P_S^2 - P_A^2 + P_S P_A - P_A P_S$$

Обозначим $P_S = T^i{}_k$, $P_A = F^i{}_k$ и перепишем уравнение для $G^i{}_k$:

$$G^i{}_k = E^i{}_k + 2T^i{}_k + T^i{}_m T^m{}_k - F^i{}_m F^m{}_k + (T^i{}_m F^m{}_k - F^i{}_m T^m{}_k) \tag{3}$$

Современное представление о пространстве-времени и необходимость соблюдения закона сохранения энергии требуют выполнения следующего уравнения:

$$D^k G^i{}_k = 0 \tag{4}$$

где символ D^k означает ковариантное дифференцирование. Однако, рассматриваемое пространство X является плоским линейным декартовым математическим пространством, это означает, что все коэфициенты связности для этого пространства обращаются в нуль во всех точках, а ковариантное дифференцирование может быть заменено на частное. Уравнение сохранения энергии в таком случае обращается в:

$$\frac{\partial G^i{}_k}{\partial X_k} = 0 \tag{5}$$

и, соответственно, в полном виде:

$$0 = \frac{\partial G^i{}_k}{\partial X_k} = 2\frac{\partial T^i{}_k}{\partial X_k} + \frac{\partial T^i{}_m}{\partial X_k}T^m{}_k + T^i{}_m\frac{\partial T^m{}_k}{\partial X_k} - \frac{\partial F^i{}_m}{\partial X_k}F^m{}_k - F^i{}_m\frac{\partial F^m{}_k}{\partial X_k} +$$
$$+\frac{\partial T^i{}_m}{\partial X_k}F^m{}_k + T^i{}_m\frac{\partial F^m{}_k}{\partial X_k} - \frac{\partial F^i{}_m}{\partial X_k}T^m{}_k - F^i{}_m\frac{\partial T^m{}_k}{\partial X_k} \tag{6}$$

Это уравнение я и буду называть «Главным уравнением».

Выраженное, через координаты физического пространства R, уравнение приобретает вид:

$$\frac{\partial G^i{}_k}{\partial X_k} = \frac{\partial}{\partial X_k}\cdot\frac{\partial R^i}{\partial X^m}\frac{\partial R^m}{\partial X^k} = \frac{\partial^2 R^i}{\partial X^m \partial X_k}\cdot\frac{\partial R^m}{\partial X^k} + \frac{\partial R^i}{\partial X^m}\cdot\frac{\partial^2 R^m}{\partial X^k \partial X_k} = 0 \tag{7}$$

В случае чисто антисимметричного поля, т.е. когда для тензора плотности пространства справедливо: $\partial R^i/\partial X^k = -\partial R^k/\partial X^i$, первый член в сумме обращается в ноль, а уравнение приобретает вид:

$$\frac{\partial R^i}{\partial X^m}\frac{\partial^2 R^m}{\partial X^k \partial X_k} = 0 \tag{8}$$

Метрический тензор обращается в:

$$G^i{}_k = E^i{}_k - F^i{}_m F^m{}_k \tag{9}$$

т.е. это единичный тензор с «присоединенной» к нему энергией поля.

${F^i}_k$, очевидно, играет роль тензора электромагнитного поля, который необходимо только нормировать. В данном случае (чисто асимметричное поле), уравнение описывает свободное электромагнитное поле без зарядов, в котором величины R^i играют роль потенциалов поля.

Уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial {F^i}_k}{\partial X_l} + \frac{\partial {F^k}_l}{\partial X_i} + \frac{\partial {F^l}_i}{\partial X_k} = 0 \tag{10}$$

для тензора ${F^i}_k$ выполняются автоматически. Если определить ток как:

$$J^i = \partial {F^i}_k / \partial X_k \tag{11}$$

то для него выполняется уравнение непрерывности:

$$\partial J^i / \partial X^i = 0 \tag{12}$$

И, таким образом, уравнения 10 и 11 обращаются в *систему уравнений Максвелла*. Замечу, что они выполняются не только в предельном случае чисто асимметричного поля.

В предельном случае чисто асимметричного поля Главное уравнение обращается в:

$${F^i}_m J^m = 0 \tag{13}$$

которое соответствует уравнению электромагнитного поля свободного от зарядов (нетривиальность F требует что бы было $J = 0$), а уравнение $J = 0$ приводит к уравнениям:

$$\frac{\partial^2 R^m}{\partial X^k \partial X_k} = 0 \tag{14}$$

R^m, очевидно, играют роль потенциалов электромагнитного поля.

Уравнение 13 можно интерпретировать и как равенство нулю работы чисто электромагнитного поля над собой, что и должно получаться в отсутствие масс, представляемых, как будет видно далее, симметричной частью тензора плотности пространства.

В случае, если поле симметрично, т.е. $\partial R^i/\partial X^k = \partial R^k/\partial X^i$, домножим главное уравнение на $\partial X^m/\partial R^i$ (считается, что $P(X)^{-1}$ существует):

$$\frac{\partial X^n}{\partial R^i} \cdot \frac{\partial^2 R^i}{\partial X^m \partial X_k} \cdot \frac{\partial R^m}{\partial X^k} + \frac{\partial^2 R^n}{\partial X^k \partial X_k} = 0 \tag{15}$$

Выражение $\partial X^n/\partial R^i \cdot \partial^2 R^i/\partial X^m \partial X^k$ очевидно, представляет собой символы Кристоффеля Γ^n_{mk}, а уравнение поля (с учетом всех подъемов-опусканий индексов) оказывается:

$$\frac{\partial^2 R^n}{\partial X^k \partial X_k} + \Gamma^n_{mk} \frac{\partial R^m}{\partial X_k} = D\left(\frac{\partial R^m}{\partial X_k}\right) = 0 \tag{16}$$

Симметричный тензор плотности пространства $\partial R^m/\partial X_k$ — играет роль источников гравитационного поля в эффективном римановом пространстве с коэфициентами связности Γ^n_{mk}. Как видно, Главное уравнение, в этом случае прямо переходит в уравнение для гравитационного поля в Релятивистской Теории Гравитации А. А. Логунова.

В общем случае, когда тензор плотности пространства имеет ненулевую как симметричную, так и антисимметричную части, уравнения поля принимают общий вид «Главного уравнения», в котором роль тензора электромагнитного поля играет антисимметричная часть от плотности пространства, а роль тензора-энергии импульса, вообще говоря, выполняет разность $G - E$. Количественный вклад в эту разность вносит как симметричная, так и антисимметричная части тензора плотности пространства.

Учитывая, что два предельных случая приводят к электромагнитным и гравитационным полям, я смею утверждать, что Главное уравнение, является *объединенным уравнением гравитационно-электромагнитного поля*, и его можно смело назвать *Главным уравнением Общей Теории Поля*.

Следует так же отметить, что Главное уравнение представляет собой систему из четырех дифференциальных уравнений для четырех неизвестных R_i и, таким образом, представляет собой *полную* систему, для нахождения решений которой не требуется привлечения каких либо дополнительных принципов.

Среди решений Главного уравнения, очевидно, существуют решения с нетривиальными вторыми производными, которые, видимо, и представляют собой решения для частиц пространства

С уважением, *Макарченко Иван Павлович*

ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ РАН

Журнал
*«Теоретическая
и математическая физика»*

Москва, 117966, ГСП-1, ул. Губкина, 8. Тел.

«16» мая

Глубокоуважаемый Иван Павлович,

Ваша статья «Главное уравнение Общей Теории Поля» по уровню не подх
публикации в центральном научном журнале.

Отв. секретарь
профессор (В.В.Жаринов)